

MODULATIETECHNIKEN

I. ANALOGE AM- EN FM-MODULATIE

1. Inleiding

De radiotechniek is de wetenschap die de overbrenging van signalen, data, gesproken woord of muziek, met behulp van elektromagnetische golven, behandelt. Hierbij wordt een hoogfrequent draaggolf f_c gemoduleerd door het signaal f_m .

Modulatie is een proces waarbij een bepaalde parameter van de zogenaamde draaggolf (carrier) wordt gevarieerd in het ritme van een informatiehoudend signaal.

Door middel van modulatie wordt gestreefd naar:

- aanpassing van het over te brengen signaal aan de eigenschappen van het communicatiekanaal
- meervoudig gebruik van het communicatiekanaal (multiplex-systemen)
- een gunstige signaal-ruis verhouding.

Modulatie kan worden verdeeld in continue modulatie waarbij het gemoduleerde signaal altijd aanwezig is en pulsmodulatie waarbij geen signaal aanwezig is tussen de pulsen.

De draaggolfspanning is sinusvormig en voldoet aan de betrekking:

$$a = A \sin (\omega_c \cdot t + \varphi) \quad \text{met} \quad A = \text{amplitude,}$$
$$\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_c = \text{de cirkelfrequentie van de draaggolftrilling,}$$
$$\varphi = \text{fasehoek.}$$

Wordt gemakkelijks halve de fasehoek φ gelijk aan nul gesteld dan wordt de formule:

$$a = A \sin \omega_c \cdot t.$$

De informatiespanning kan ofwel de amplitude A , de frequentie $\omega_c/2\pi$ als de fase φ van de draaggolfspanning beïnvloeden, respectievelijk amplitudemodulatie AM, frequentiemodulatie FM en fasemodulatie PM.

Hiernaast kan de draaggolf in- en uitgeschakeld worden volgens een bepaalde codering, wat overeenkomt met impulsmodulatie.

Om een minimum energetische waarde te hebben moet de draaggolf een minimum frequentie bezitten van 10kHz. Radiofrequenties starten vanaf 30kHz (lange golf) en eindigen in de 300GHz (technische beperking).

De frequentie-indeling gebeurt in banden, weergegeven in onderstaande tabel.

FREQUENTIEBAND	FREQUENTIE	GOLFLENGTE
ELF (extremely low frequenties)	0,5 – 100Hz	600 - 3Mm
VLF (very low frequenties)	0,01 – 30kHz	30 – 10km
LF (low frequenties)	30 – 300kHz	10 – 1km
MF (medium frequenties)	0,3 – 3MHz	1 – 0,1km
HF (high frequenties)	3 – 30MHz	100 – 10m
VHF (very high frequenties)	30 – 300MHz	10 – 1m
UHF (ultra high frequenties)	0,3 – 3GHz	100 – 10cm
SHF (super high frequenties)	3 – 30GHz	10 – 1cm
USHF (ultrasuper high frequenties)	30 – 300GHz	10 – 1mm

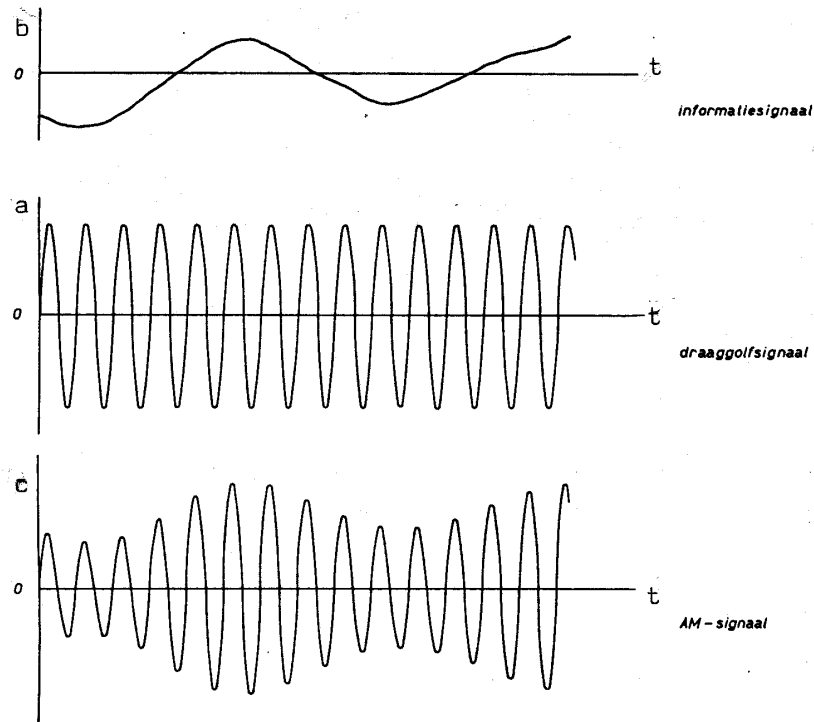
2. Amplitudemodulatie (AM)

Voor AM mag uit de algemene betrekking $a = A \sin(\omega_c \cdot t + \varphi)$ de fase $+\varphi$ weggelaten worden.

Een AM-trilling wordt dan voorgesteld met draaggolf $a = A \sin(\omega_c \cdot t)$ en laagfrequent te moduleren signaal $b = B \sin(\omega_m \cdot t)$ als volgt:

$$c = C \sin(\omega_c \cdot t) \text{ met } C = A + b = A + B \sin(\omega_m \cdot t)$$

$$c = A(1 + m \sin(\omega_m \cdot t)) \text{ met } m = B/A.$$

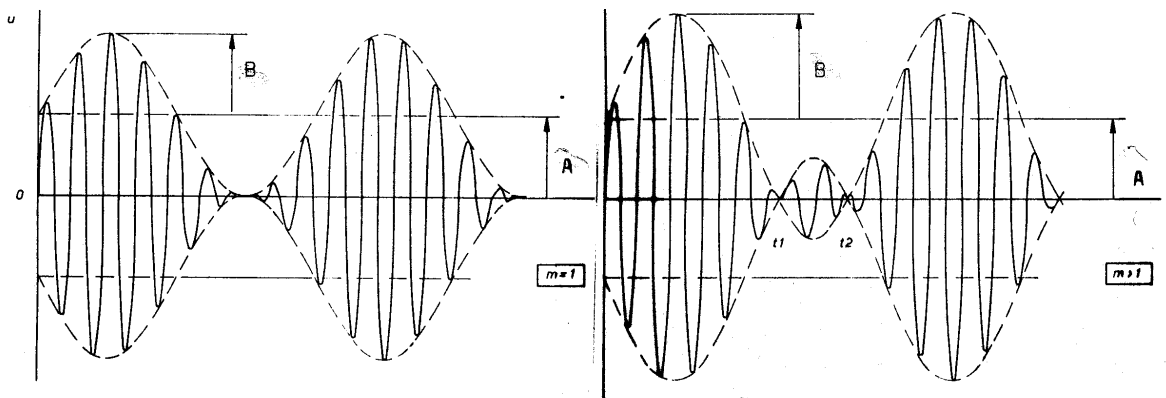


De constante m , de verhouding tussen de amplitude van het modulerend signaal en de amplitude van de draaggolf, is de modulatie diepte.

$$c = A(\sin(\omega_c \cdot t) + m \cdot \sin(\omega_m \cdot t) \cdot \sin(\omega_c \cdot t))$$

$$c = A \sin(\omega_c \cdot t) + A \cdot \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_m) \cdot t - A \cdot \frac{m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m) \cdot t.$$

Zolang $0 \leq m \leq 1$ zijn de omhullenden van het gemoduleerde signaal een nauwkeurige kopie van het modulerende signaal. Overmodulatie treedt op als $m > 1$, m.a.w. als de amplitude van de modulerende groter wordt dan de amplitude van de draaggolf.

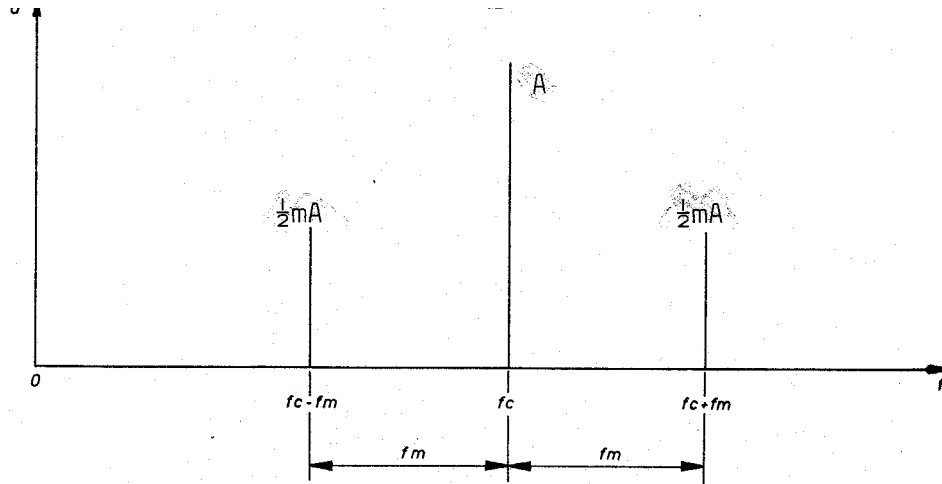


AM modulatie met modulatie diepte $m = 1$

en $m > 1$ of overmodulatie.

Een AM-sigitaal gemoduleerd met één sinusvormig signaal bestaat dus uit 3 hoogfrequent trillingen die geschikt zijn voor radio-overdracht:

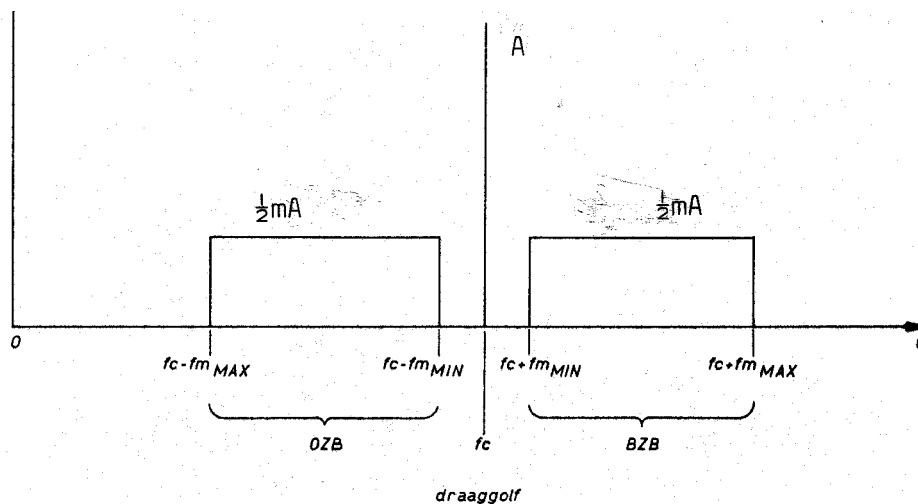
- 1° trilling: $A \cdot \sin \omega_c \cdot t =$ de draaggolf
- 2° trilling: $A \cdot m/2 \cos (\omega_c - \omega_m) \cdot t =$ de linkse of onderste zijtrilling LSB
- 3° trilling: $A \cdot m/2 \cos (\omega_c + \omega_m) \cdot t =$ de rechtse of bovenste zijtrilling USB.



Spectrum van een AM-sigitaal, gemoduleerd met één sinusvormig signaal met modulatie diepte $m = 1$.

Beslaat het modulerende signaal het gehele audiogebied van $\omega_m = 0$ tot $\omega_m = 2 \cdot \pi \cdot 15000$, dan wordt de frequentieband van $f_c - 15\text{kHz}$ tot $f_c + 15\text{kHz}$ benut.

In volgend figuur is het frequentiespectrum getekend, waarbij de grafiek het verloop van de modulerende frequenties voorstelt: de laagste modulerende frequenties geven componenten dicht bij de centrale frequentie, hoogste modulerende frequenties geven componenten ver van de centrale frequentie f_c .



AM modulatie: Draaggolf met de twee zijbanden die beiden de volledige informatie inhouden.

Wil de zender alle audio-frequenties weergeven dan moet het frequentiegebied bestreken worden van $f_c - 15\text{kHz}$ tot $f_c + 15\text{kHz}$. De minimum frequentieafstand tussen twee zenders zou derhalve 30kHz worden. Immers voor kleinere afstand zouden de hoge tonen van de naastgelegen zender ontvangen worden.

Beide frequentiegebieden zouden elkaar overlappen.

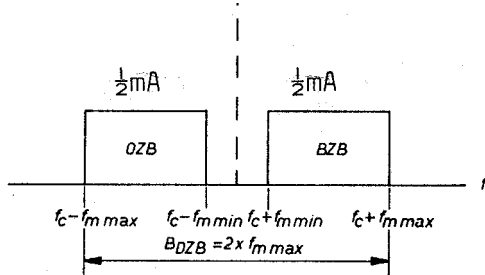
Gezien de AM-golfgebieden plaats moeten bieden aan vele zenders, zouden tengevolge van deze minimum afstand deze banden vrij vlug bezet zijn (rekening houdend ook met het feit dat zendfrequentie in deze gebieden vrij ver dragen, zodat zij geen tweede keer kunnen gebruikt worden op een andere plaats van de aarde). Deze minimum afstand werd bij internationale standaardisatie (voor omroepzenders) vastgelegd op 9kHz voor lange- en middengolf en 10kHz voor de korte golf, de bandbreedte van de zenders (en bijgevolg ook van de ontvangers) genoemd. Hierdoor verliest het modulerend signaal aan kwaliteit daar de maximum doorgelaten frequentie nu slechts 4.500Hz bedraagt. AM wil niet zeggen minder kwaliteit (zie TV SECAM-L), maar bij omroepzenders betekent het wel minder kwaliteit, uit de noodzaak boven vermeld. De AM-ontvanger zal voor elke zender waarop hij afgestemd staat een bandbreedte moeten hebben van resp. 9kHz of 10kHz.

Het audiospectrum voor AM-radio-omroep begint vanaf 300Hz tot 4,5kHz.

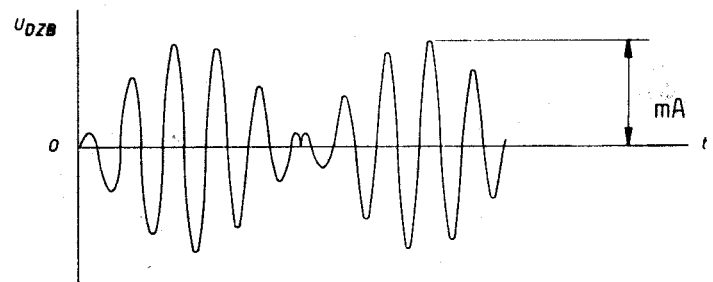
Afgeleide vormen van amplitude-modulatie

- dubbelzijband-modulatie

De beide zijbanden van een AM-sigitaal bevatten volledig de over te dragen informatie, terwijl de draaggolf geen informatie bevat. Het grootste uitgezonden vermogen wordt echter gegeven aan de draaggolf. Om die reden is het zinvol de draaggolf volledig te onderdrukken.



Spectrum van een DZB-sigitaal.



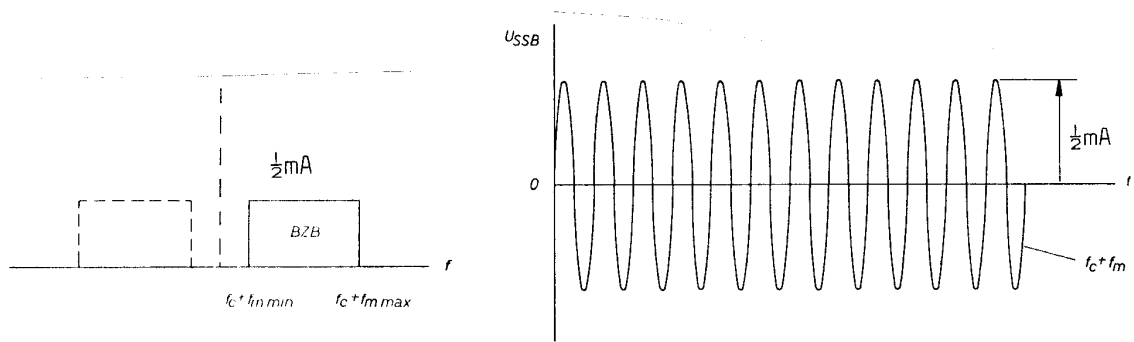
Resultierend HF-uitgangssigitaal.

Belangrijke toepassingen:

1. FM-stereo waarbij de L-R informatie als een DZB-sigitaal met een onderdrukte draaggolf van 38kHz in het totale stereo-sigitaal (MPX) aanwezig is.
2. KTV waar de verschromleurensignalen in het PAL-systeem gemoduleerd worden in DZB op een 4,43MHz onderdrukte draaggolf via een balansmodulator.

- enkelzijband-modulatie

Een aanzienlijke winst aan bandbreedte kan verkregen worden door, uitgaande van een DZB-sigitaal, slechts één zijband uit te zenden. Dit kan gerealiseerd worden omdat de beide zijbanden ieder de volledige over te dragen informatie bevatten. Tevens wordt een aanzienlijke vermogenswinst verkregen. Het zo ontstane sigitaal wordt een enkelzijband-sigitaal (EZB) genoemd (Single Side Band, SSB).



Frequentiespectrum en grafische voorstelling van een enkel zijband modulatie.

Belangrijke voordelen ten opzichte van AM:

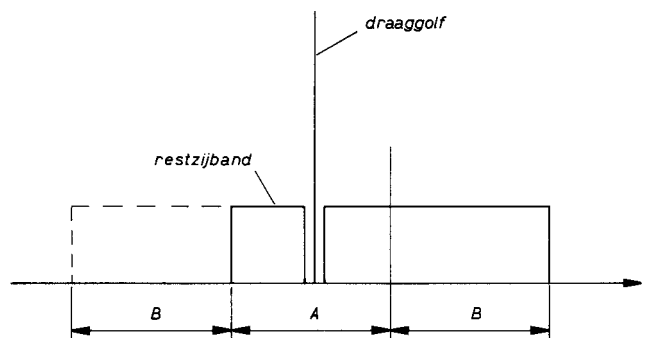
- ✓ Aanzienlijke vermogenswinst.
- ✓ Benodigde bandbreedte is \leq dan helft van een gelijkaardig AM- of DZB-signaal.
- ✓ Gunstiger signaal-ruisverhouding van EZB ten opzichte van AM (3dB).
- ✓ Ongevoelig voor selectieve fading.

Toepassing:

Communicatie op de KG en als basis voor de frequentiemultiplex-systemen in draaggolftechnieken.

- restzijband-modulatie

Het doel van de restzijband-modulatie (Vestigial Side Band) is beperking van de bandbreedte van het over te dragen gemoduleerde signaal. Hiertoe wordt van een conventioneel AM-signaal de gewenste zijband in zijn geheel uitgezonden en de ongewenste zijband slechts gedeeltelijk. Voor het gedeelte B van het spectrum is het enkelzijbandsysteem van toepassing, voor het gedeelte A is het conventioneel AM-systeem van toepassing.



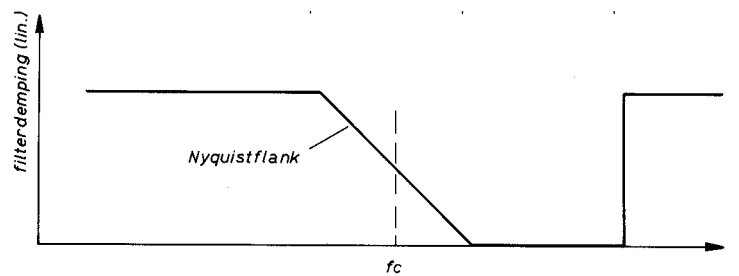
Voorstelling van restzijband modulatie.

De omhullende van het RZB-signaal in gebied A is een zuivere kopie van het modulerende signaal terwijl in het gebied B door het ontbreken van één zijbandvector de modulatie diepte slechts de helft is van die in gebied A en de omhullende duidelijk afwijkt van een sinusvormig verloop. Omhullende detectie van gebied B geeft dan ook vervorming.

Toepassing:

1. Modulatie van videosignalen voor T.V.-toepassing in RZB ter beperking van de bandbreedte.

Opmerking: in de ontvanger is een filter nodig met het NYQUIST-flank om vervorming in de detectie bij ontvangst te vermijden.



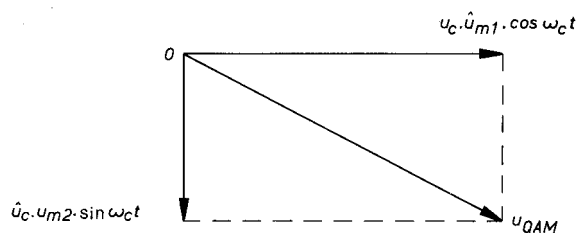
Doorlaatkarakteristiek van een Nyquistfilter in de ontvanger.

- kwadratuurmodulatie

Bij kwadratuurmodulatie of QAM worden twee modulerende signalen via één draaggolf overgedragen. Zijn de twee modulerende signalen respectievelijk u_{m1} en u_{m2} , dan is voor het gemoduleerde signaal te schrijven:

$$u_{QAM} = u_c (u_{m1} \cdot \cos \omega_c \cdot t + u_{m2} \cdot \sin \omega_c \cdot t).$$

Dit signaal is op te vatten als de som van twee dubbelzijband-signalen met dezelfde onderdrukte draaggolf (afgezien van het $\pi/2$ rad faseverschil). Als gevolg van de $\pi/2$ rad faseverschuiving van de beide draaggolven maken de modulatieproducten eveneens een hoek van $\pi/2$ rad ten opzichte van elkaar, ze staan in 'kwadratuur'. In volgend figuur is het vectordiagram gegeven waaruit te zien is dat de beide signalen samen een somvector vormen, die afhankelijk van de grootte en het teken van iedere signaal willekeurige hoeken tussen 0 en $2 \cdot \pi$ rad kan aannemen ($0 - 360^\circ$). De grootte van de vector en zijn hoek bepalen na demodulatie de grootte van de oorspronkelijk vectoren U_c en \hat{U}_c .

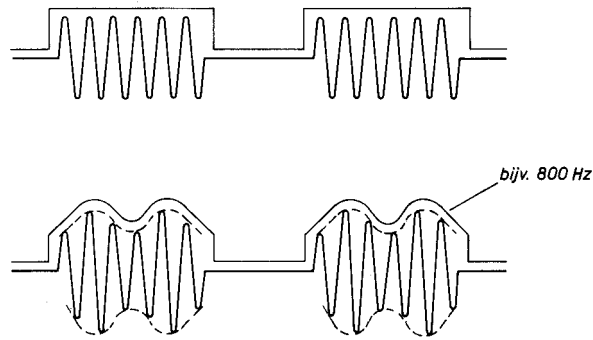


Vectordiagram van een kwadratuurmodulatie.

Kwadratuurmodulatie wordt voornamelijk toegepast in de kleurentelevisietechniek en digitale transmissie. Bij deze laatste is de modulerende een digitaal signaal.

- amplitudesleutelen

Bij amplitudesleutelen wordt de draaggolfamplitude met het ritme van de digitale tekens in- en uitgeschakeld. Onderscheiden wordt sleutelen met en zonder toon. Bij sleutelen met een toon wordt de draaggolf met een toon van bijvoorbeeld 800Hz in amplitude gemoduleerd.



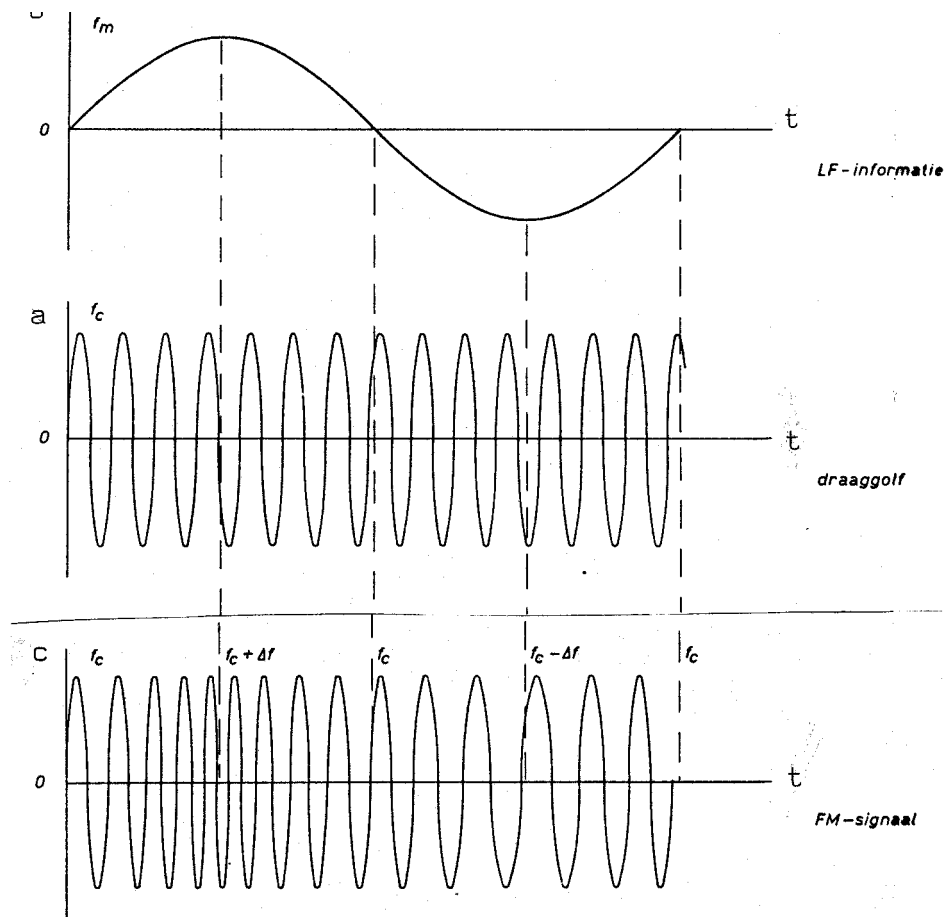
Amplitudesleutelen van respectievelijk een digitaal signaal en een analog toonsignaal.

3. Frequentiemodulatie (FM)

Bij frequentiemodulatie varieert uit de algemene betrekking:

$$a = A \sin(\omega_c \cdot t + \varphi) \text{ de frequentie } f_c = \omega_c / 2\pi.$$

De fasehoek φ wordt ook hier gelijk aan nul gesteld en weggelaten.



Voorstelling van een frequentie gemoduleerde draaggolf.

Zij $b = B \sin \omega_m \cdot t$ het laagfrequent signaal, en
 $a = A \sin \omega_c \cdot t$ de hoogfrequent draaggolf.

Als de lf-spanning b door nul gaat dan is de frequentie van de FM-golf dezelfde als die van de hf-draaggolf, namelijk $f_c = \omega_c / 2\pi$. Neemt de momentele waarde van de lf-golf toe dan neemt

de frequentie van de FM-golf eveneens toe, totdat de lf-golf zijn maximum bereikt. Op dit ogenblik is de frequentie van de FM-golf met een bedrag Δf toegenomen, of is geworden: $f_c + \Delta f$. Daarna daalt de ogenblikkelijke waarde van de lf-golf tot nul, de frequentie van de FM-golf daalt terug naar beneden tot ze de f_c geworden is. Vervolgens wordt de lf-golf negatief en neemt de frequentie verder af, beneden f_c om een ogenblikkelijke frequentie $f_c - \Delta f$ te bereiken op het ogenblik dat de lf-golf door zijn minimum waarde heeft.

De frequentie van de FM-golf varieert dus van $f_c - \Delta f$ tot $f_c + \Delta f$.

Hierin zijn: $f_c = \omega_c / 2\pi$ de centrale frequentie,
 $f_c + \Delta f \cdot \sin \omega_c \cdot t =$ de ogenblikkelijke frequentie,
 Δf de frequentiezwaai;
 dit is de grootste afwijking ten opzichte van de centrale frequentie f_c .

De frequentiezwaai $\Delta f = f(B) / 2\pi$ is uitsluitend een functie van de amplitude van de modulerende trilling. De snelheid waarmee de frequentie verandert wordt uitsluitend bepaald door de frequentie van de modulerende trilling $\omega_m / 2\pi$.

De uiteindelijke wiskundige uitdrukking van de FM-golf:

$$c = A \cdot \sin (f(t)) \text{ met } f(t) \text{ een bepaalde tijdsfunctie wordt:}$$

$$c = A \cdot \sin (\omega_c \cdot t - m' \cdot \cos \omega_m \cdot t).$$

$$m' = \Delta\omega_c / \omega_m = \text{de modulatieindex} = \frac{\text{frequentiezwaai } \Delta f}{\text{Modulerende freq. } f_m}$$

Deze uitdrukking staat onder een onbruikbare vorm. Ze stelt een Besselse functie voor en kan in een reeks van samenstellende componenten worden ontbonden. De reeks is oneindig en de componenten zijn sinusvormig.

Het resultaat:

$$c = A \cdot \sin (\omega_c \cdot t - m' \cdot \cos \omega_m \cdot t) = A \cdot \sum_{N=-\infty}^{+\infty} (J_N (m')) \cdot \sin (\omega_c - n \cdot \omega_m) \cdot t$$

$$c = J_0 \cdot A \cdot \sin \omega_c \cdot t +$$

$$J_1 \cdot A \cdot (\cos (\omega_c + \omega_m) \cdot t - \cos (\omega_c - \omega_m) \cdot t) +$$

$$J_2 \cdot A \cdot (\sin (\omega_c + 2 \omega_m) \cdot t + \sin (\omega_c - 2 \omega_m) \cdot t) +$$

$$J_3 \cdot A \cdot (\cos (\omega_c + 3 \omega_m) \cdot t - \cos (\omega_c - 3 \omega_m) \cdot t) +$$

$$\text{enz...}$$

Het frequentiespectrum bestaat dus uit een oneindige reeks componenten, die zich op een afstand f_m van elkaar bevinden, symmetrisch rond f_c en waarvan de amplitude afhangt van bepaalde factoren J_n , de zogenaamde Besselcomponenten, factoren die uitsluitend afhankelijk zijn van de modulatie-index m' . Om ingewikkelde berekeningen te vermijden zijn de Besselcomponenten van een groot aantal waarden van m' opgenomen in de volgende tabel.

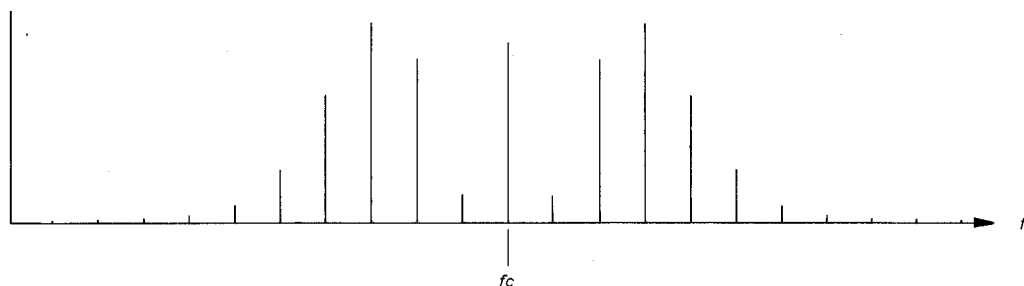
n	modulatie-index $J_n(m)$														
	$J_n(1)$	$J_n(2)$	$J_n(3)$	$J_n(4)$	$J_n(5)$	$J_n(6)$	$J_n(7)$	$J_n(8)$	$J_n(9)$	$J_n(10)$	$J_n(11)$	$J_n(12)$	$J_n(13)$	$J_n(14)$	$J_n(15)$
0	+0,7652	+0,2239	-0,2601	-0,3971	-0,1776	+0,1506	+0,3001	+0,1717	-0,0903	-0,2459	-0,1712	+0,0477	+0,2069	+0,1711	-0,0142
1	+0,4400	+0,5707	+0,3391	-0,0660	-0,3276	-0,2767	-0,0047	+0,2346	+0,2453	+0,0435	-0,1768	-0,2234	-0,0703	+0,1334	+0,2051
2	+0,1149	+0,3528	+0,4861	+0,3641	+0,0466	-0,2429	-0,3014	-0,1130	+0,1448	+0,2546	+0,1390	-0,0849	-0,2177	-0,1520	+0,0416
3	+0,0025	+0,1289	+0,3091	+0,4302	+0,3648	+0,1148	-0,1676	-0,2911	-0,1809	+0,0584	+0,2273	+0,1951	+0,0033	-0,1768	-0,1940
4	+0,0002	+0,0340	+0,1320	+0,2811	+0,3912	+0,3576	+0,1578	-0,1054	-0,2655	-0,2196	-0,0150	+0,1825	+0,2193	+0,0762	-0,1192
5		+0,0070	+0,0430	+0,1321	+0,2611	+0,3621	+0,3479	+0,1858	-0,0550	-0,2341	-0,2883	-0,0735	+0,1316	+0,2204	+0,1305
6		+0,0012	+0,0114	+0,0491	+0,1311	+0,2458	+0,3392	+0,3376	+0,2043	-0,0145	-0,2016	-0,2437	-0,1180	+0,0812	+0,2061
7		+0,0002	+0,0025	+0,0152	+0,0534	+0,1296	+0,2336	+0,3206	+0,3275	+0,2167	+0,0184	-0,1703	-0,2406	-0,1508	+0,0345
8			+0,0005	+0,0040	+0,0184	+0,0565	+0,1280	+0,2235	+0,3051	+0,3179	+0,2250	+0,0451	-0,1410	-0,2320	-0,1740
9				+0,0004	+0,0055	+0,0212	+0,0589	+0,1263	+0,2149	+0,2919	+0,3089	+0,2304	+0,0670	-0,1143	-0,2200
10					+0,0002	+0,0015	+0,0070	+0,0235	+0,0608	+0,1247	+0,2075	+0,2804	+0,3005	+0,2338	+0,0850
11						+0,0004	+0,0020	+0,0083	+0,0256	+0,0622	+0,1231	+0,2010	+0,2704	+0,2927	+0,2357
12							+0,0005	+0,0027	+0,0096	+0,0274	+0,0634	+0,1216	+0,1953	+0,2615	+0,2855
13								+0,0001	+0,0008	+0,0033	+0,0108	+0,0290	+0,0643	+0,1201	+0,1901
14									+0,0002	+0,0039	+0,0120	+0,0304	+0,0650	+0,1188	+0,1855
15										+0,0003	+0,0013	+0,0045	+0,0130	+0,0316	+0,0656
16											+0,0004	+0,0016	+0,0051	+0,0140	+0,0327
17												+0,0005	+0,0019	+0,0057	+0,0149
18													+0,0002	+0,0006	+0,0021
19														+0,0002	+0,0008
20															+0,0003
21															
22															
23															

Besselcomponenten in functie van de modulatie-index m' .

In deze tabel zijn horizontaal de specifieke modulatie-indices $m' = 1$ tot en met $m' = 15$ uitgezet, terwijl verticaal de orden van de zijbandcomponent is uitgezet. De 0-de zijbandcomponent is de centrale frequentie f_c , de 1^{ste} zijbandcomponent de componenten met de frequenties $f_c + f_m$ en $f_c - f_m$ en de n-de zijbandcomponent de componenten met de frequenties $f_c + n.f_m$ en $f_c - n.f_m$.

Geldt voor een FM-sigitaal met bijvoorbeeld $m' = 4$, dan wordt gevonden:

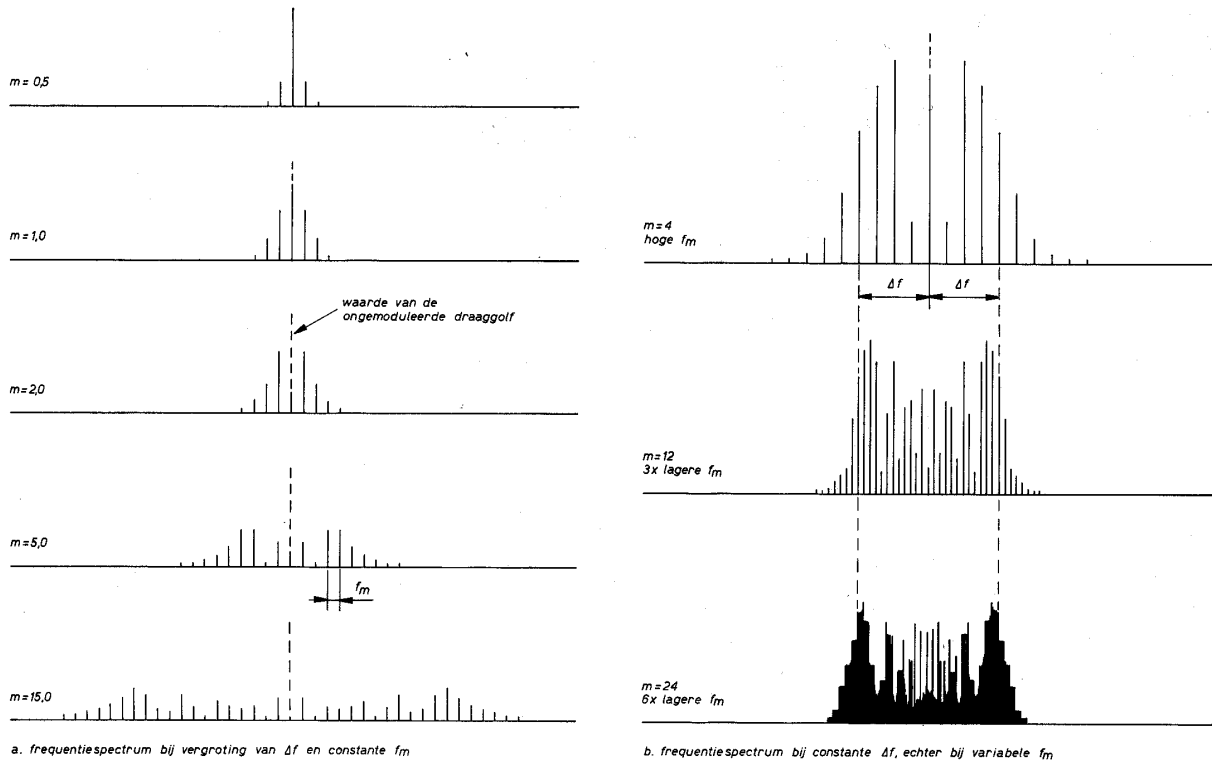
$J_0 = -0,3971$, $J_1 = -0,0660$, $J_2 = 0,3641$, $J_3 = 0,4302$, $J_4 = 0,2811$, $J_5 = 0,1321$, $J_6 = 0,0491$, $J_7 = 0,0152$, $J_8 = 0,0040$, $J_9 = 0,0004$, $J_{10} = 0,0002$. De grootte van J_{11} en hoger zijn allen kleiner dan 0,0001. Een voorstelling van het frequentiespectrum van dit FM-sigitaal in onderstaande figuur (met het teken is in onderstaande figuur geen rekening gehouden).



Frequentiespectrum van een FM-sigitaal bij $m'=4$.

Bij FM wordt de bandbreedte in de eerste plaats bepaald door de amplitude van het modulerende sigitaal, waarbij de frequentie van het modulerende sigitaal een ondergeschikte rol speelt. Daarom wordt in FM-mobilifoons amplitudebegrenzing toegepast om te voorkomen dat de bandbreedte van het uitgezonden FM-sigitaal te groot wordt en nevenkanalen gestoord worden.

Deze beschouwing wordt extra verduidelijkt in onderstaande figuur waarin het frequentiespectrum wordt gegeven, figuur a waarin Δf wordt vergroot en f_m constant blijft en figuur b waarin f_m wordt verkleind en Δf constant blijft.



Frequentiespectra van een FM-sigitaal onder verschillende modulatie-indexen m' .

Is het modulerende sigitaal niet sinusvormig, doch samengesteld uit een groot aantal sinusvormige componenten met verschillende frequenties, dan ontstaan er in het frequentiecentrum zeer veel frequentiecomponenten. Bevat het modulerende sigitaal twee sinusvormige signalen met frequenties respectievelijk f_{m1} en f_{m2} , dan ontstaan naast $f_c \pm f_{m1}$, $f_c \pm f_{m2}$, $f_c \pm 2f_{m1}$, $f_c \pm 2f_{m2}$, enz... ook termen als $f_c \pm (f_{m1} \pm f_{m2})$ enz...

In de tabel van Besselcomponenten is door middel van interpolatie te vinden dat bijvoorbeeld $m' = 2,4$ de amplitude van de centrale frequentiecomponent f_c gelijk aan nul is. Dit scheidt de mogelijkheid de frequentiezwaai van een FM-zender te meten. Daartoe wordt een modulerend sigitaal met behulp van een toongenerator aan de zender toegevoerd, terwijl het uitgezonden FM-sigitaal wordt beluisterd met een zeer selectieve ontvanger, afgestemd op f_c . Door verlaging van f_m wordt een bepaalde waarde gevonden waarbij de centrale frequentiecomponent nul wordt. Is dit bijvoorbeeld $f_m = 1.250\text{Hz}$, dan is $f = f' \cdot f_m = 2,4 \times 1.250 = 3.000\text{Hz}$.

Afgeleide vormen van frequentie-modulatie:

- **SMALBAND FM**

Voor deze uitwerking wordt een onderscheid gemaakt tussen een kleine modulatie index en een grote modulatie index (m').

- ✓ kleine modulatie index: $m' < 0,3$
- ✓ grote modulatie index: $m' \geq 0,3$.

Voor small band FM moet de modulatie index $< 0,3$.

In dit geval kunnen vanuit de algemene formule $c = A \cdot \sin(\omega_c t - m' \cdot \cos \omega_m t)$ een aantal vereenvoudigingen toegepast worden:

$\cos \omega_m t$ kan nooit groter worden dan $+1$ en -1 , waardoor $m' \cdot \cos \omega_m t$ kan beschouwd worden als een zeer kleine hoek en verwaarloosbaar klein wordt omdat $m' < 0,3$ is.

De algemene formule $c = A \cdot \sin(\omega_c t - m' \cdot \cos \omega_m t)$ uitgewerkt als $(\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta)$:

$$= A \cdot (\sin \omega_c t \cdot \cos(m' \cdot \cos \omega_m t) - \cos \omega_c t \cdot \sin(m' \cdot \cos \omega_m t)) \text{ waarin:}$$

de waarde van $\cos(m' \cdot \cos \omega_m t) \approx \cos(0) = 1$; en

de waarde van $\sin(m' \cdot \cos \omega_m t) \approx m' \cos \omega_m t$.

Deze waarde invullen in bovenstaande formule geeft:

$$\begin{aligned} c/A &= \sin \omega_c t \cdot \cos(m' \cos \omega_m t) - \cos \omega_c t \cdot \sin(m' \cos \omega_m t) \\ &= \sin \omega_c t \cdot \cos(0) && - \cos \omega_c t \cdot m' \cdot \cos \omega_m t \\ &= \sin \omega_c t \cdot 1 && - \cos \omega_c t \cdot m' \cdot \cos \omega_m t \end{aligned}$$

$$\text{en } \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

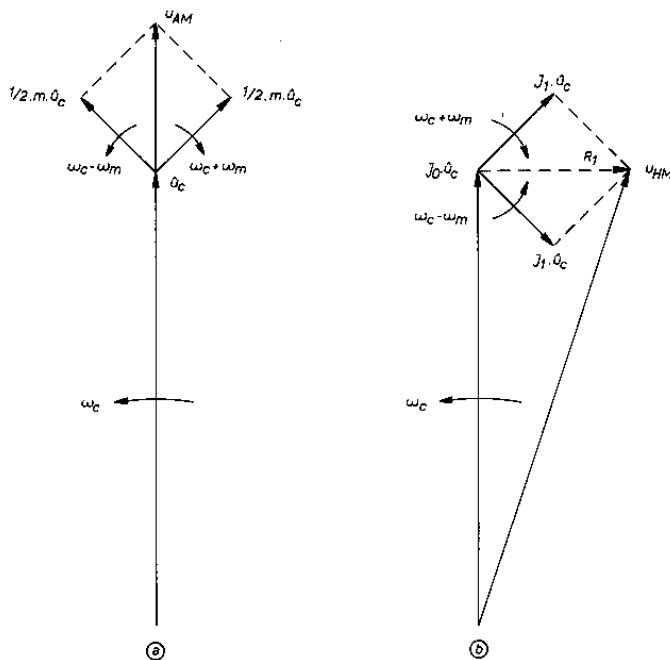
$$c/A = \sin \omega_c t - \frac{1}{2} m' \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{1}{2} m' \cos(\omega_c + \omega_m)t.$$

Het totale spectrum voor small band FM (SS/FM) bestaat uiteindelijk uit drie termen. De eerste term is niets anders dan de ongemoduleerde draaggolf, de tweede term de onderste zijband en de derde term de bovenste zijband voor.

=> het spectrum van een SS/FM signaal is bijna gelijk aan het signaal van AM:

$$C_{AM} = A (\sin(\omega_c t) + m/2 \cdot \cos(\omega_c - \omega_m)t - m/2 \cos(\omega_c + \omega_m)t) \text{ in AM te demoduleren}$$

$$C_{SS/FM} = A (\sin(\omega_c t) - m'/2 \cdot \cos(\omega_c - \omega_m)t - m'/2 \cos(\omega_c + \omega_m)t) \text{ in FM te demoduleren.}$$

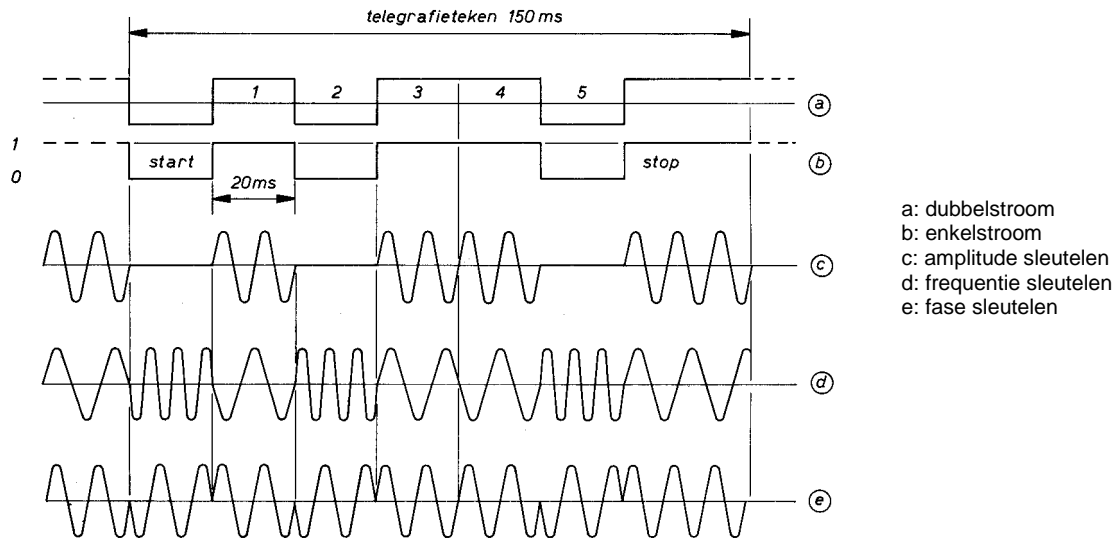


De vectorpresentatie voor a: AM en b: Small Signal FM.

- **Frequentiesleutelen FSK (Frequency Shift Keying)**

De over te brengen informatie heeft een digitale vorm. Een digitaal woord of blok van digitaal gegevens bestaan uit een aantal bits. De bit is de kortste tijdsduur van een digitaal woord. Het aantal bits per seconde wordt de impulsherhalingsfrequentie genoemd. Is de tijdsduur van een bit gelijk aan T , dan is de impulsherhalingsfrequentie $f_h = 1/T$; eenheid: baud = s^{-1} .

Digitale communicatiesystemen werken met overdrachtsmethoden van 1.200, 2.400, 4.800 of 9.600bits/s. Met speciale technieken kunnen snelheden gehaald worden tot 8Mbits/s.



Voorstelling van de drie modulatiemogelijkheden door sleutelen.

4. Résumé: bandbreedte en draaggolffrequentie bij FM omroep

- Theoretisch is de bandbreedte oneindig groot, omdat het aantal zijtrillingen tot het oneindige doorgaat.
- Indien m' groot genoeg is mag verondersteld worden dat de componenten van enige betekenis zich binnen het interval $f_c - \Delta f$, $f_c + \Delta f$ voordoen (Besselcomp. $< 0,1$ worden verwaarloosd).
- m' moet groot genoeg zijn, teneinde voldoende zijtrillingen binnen de frequentiezwaai te krijgen.
- Hoe groter m' is, dus hoe groter Δf t.o.v. f_m , des te groter zal de ruisamplitude worden. Derhalve kan de frequentiezwaai niet onbepert vergroot worden.
- Voor het overbrengen van alle frequenties tot de gehoorgrens (praktisch tot 15kHz) is de meest gunstige waarde voor de frequentiezwaai $\Delta f = 75\text{kHz}$. Deze is 5 x groter dan de hoogste modulerende frequentie, of:

$$m'_{\min} = \Delta f / f_{m-\max} = 75/15 = 5.$$

- Bij deze waarde van Δf hangt het in het frequentiespectrum ingenomen gebied, vrijwel niet af van de modulatiefrequentie. Dus het audio-frequentiegebied kan zich uitbreiden tot de gehoorgrens (15kHz), zodat de kwaliteit van de ontvangst tot het uiterste kan opgevoerd worden.
- Door de grote frequentiezwaai is FM slechts toe te passen voor zeer korte golven

$(\gamma < 10m)$.

- Deze korte golven kunnen slechts in een beperkt gebied ontvangen worden (aardstations), daar zij vrijwel niet door ionosfeer gereflecteerd worden. Derhalve kan de draaggolffrequentie op een afstand van bv. 500km nog voor een andere zender gebruikt worden.
- De bandbreedte van de ontvanger wordt gekozen op 1,5 x de dubbele frequentiezwaai:
$$B = 1,5 \times 2 \times 75\text{kHz} = 225\text{kHz}.$$
Eenzijds wordt er nog geprofiteerd van representatieve componenten buiten de frequentiezwaai en anderzijds worden moeilijkheden voorkomen bij de FM-detectie. De benodigde bandbreedte bij signalen met grote m' wordt gegeven als $B \approx 2 \cdot \Delta f$.
- Ten einde onderlinge storingen tussen FM-zenders te voorkomen is het gewenst dat het verschil tussen de centrale frequenties groter is dan de bandbreedte van het uitgezonden signaal. In de praktijk is dit 300kHz voor FM radio-omroep.
- Voor smalband FM (Narrow Band FM - NBFM of Small Signal FM - SS/FM) waarbij Δf in de orde van grootte van 8kHz is, wordt de bandbreedte vastgesteld op $(m'+1) \cdot 2 f_m$. (de regel van Carson) Tevens is hierbij de modulatie-index m' zeer klein ($< 0,3$). Voor een LF signaal van 15kHz wordt dit: (afronden $\downarrow (0,3+1)$). $2 \cdot 15\text{kHz} = 30\text{kHz}$ en gelijk aan de bandbreedte van een LF signaal in AM.
- Voor overdracht van spraak ($300\text{Hz} \leq f_m \leq 3400\text{Hz}$) waarbij Δf 5kHz is, wordt voor de berekening van de bandbreedte dezelfde formule van Carson toegepast. Het LF signaal wordt wel via een begrenzer beperkt om ongewenste zijbanden van een te hoge modulatie index te vermijden.